

УДК 338.001

Экономические науки

Шишкина Кристина Эдуардовна, студент

Круглова Елизавета Эдуардовна, студент

ФГБОУ ВПО «Пермский национально исследовательский политехнический университет», 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29

e-mail: [enbypi@gmail.com](mailto:enbypi@gmail.com), [15Sakura15@mail.ru](mailto:15Sakura15@mail.ru)

## КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ФАКТОРОВ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ СУБЪЕКТОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Аннотация.** С целью прогнозирования, поддержания и роста уровня экономического развития регионов РФ путем кластерного анализа проведена группировка субъектов по уровню экономического развития и с помощью корреляционно-регрессионного анализа составлены уравнения регрессии ВРП на исследуемые социально-экономические показатели для каждой из полученных групп.

**Ключевые слова:** уровень экономического развития, факторы экономического развития, кластерный анализ, группировка, корреляционно-регрессионный анализ, регрессионная модель, статистическая значимость, сравнительный анализ.

**Summary.** For the purpose of forecasting, maintenance and growth of level of economic development of regions of the Russian Federation by the cluster analysis the group of subjects on the level of economic development is carried out and by means of the correlation and regression analysis the equations of regression of VRP on the researched socio-economic indexes for each of the received groups are worked out.

**Keywords:** level of economic development, factors of economic development, cluster analysis, group, correlation and regression analysis, regression model, statistical certainty, comparative analysis.

Проблема экономического роста и его темпов – одна из центральных проблем в экономике каждой страны. Ее изучение позволяет понять причины различий в уровне жизни, степени удовлетворения потребностей, уровне экономического развития между странами и внутри страны, выявить факторы экономического роста, определить место страны среди других стран мира, ее конкурентоспособность и разработать меры государственной политики по обеспечению и ускорению экономического роста.

Цель данного исследования состоит в проведении корреляционно-регрессионного анализа факторов экономического развития субъектов Российской Федерации.

Актуальность прогнозирования экономического роста регионов России с использованием методов многомерного статистического анализа следует из того, что проблемы экономического развития, его роста и поддержания на высоком уровне являются важными как для экономики страны в целом, так и для каждого человека, проживающего в этой стране.

Экономический рост является многосторонним процессом. Его наилучшим единым показателем является валовой продукт. Поэтому в качестве показателя экономического развития регионов РФ (Y) наиболее обоснованным является использование ВРП на душу населения (руб.). На основе данных за 2013 г., представленных в официальных публичных статистических изданиях [1], были отобраны следующие факторы, влияющие на формирование различий в уровне экономического развития субъектов РФ: X1 – среднегодовая численность занятых в экономике (тыс.чел.); X2 – ежемесячные среднедушевые денежные доходы (р.); X3 – ежемесячные среднедушевые денежные расходы (р.); X4 – стоимость основных фондов в экономике (млн. р.); X5 – объем промышленной продукции (млн. р.); X6 – объем продукции сельского хозяйства (млн. р.); X7 - ввод в действие общей площади жилых домов (тыс.кв.м.); X8 – оборот розничной торговли (млн.руб.); X9 - инвестиции в основной капитал (млн.р.). Соответствующие социально-экономические характеристики представлены в таблице 1.

**Таблица 1 - Социально-экономические характеристики субъектов Российской Федерации**

Регион	Y - валовой региональный продукт на душу населения (руб.)	X1 – среднегодовая численность занятых в экономике (тыс.чел.)	X2 – среднедушевые денежные доходы (р.)	X3 – среднедушевые денежные расходы (р.)	X4 – стоимость основных фондов в экономике (млн. р.)	X5 – объем промышленной продукции (млн. р.);	X6 – объем продукции сельского хозяйства (млн. р.)	X7 - ввод в действие общей площади жилых	X8 – оборот розничной торговли (млн.руб.)	X9 - инвестиции в основной капитал (млн.р.)
Белгородская область	369139,1	700,2	23735	16099	1035534	529352	155402	1295	223657	129405
Брянская область	178926,9	547,5	20152	15041	518609	128959	43410	527	173077	60864
Владимирская область	216916,6	697,6	18796	13765	585987	304678	27895	519	164720	65354
Воронежская область	260409,5	1057	22056	17006	1158136	322179	143854	1349	368596	216983
Ивановская область	150791,8	489,4	18123	13322	483179	120203	13726	232	127422	33938

**Продолжение Таблицы 1**

Калужская область	291955	490,2	23182	15876	665178	450094	26468	657	145285	98084
Костромская область	217606	305,6	17575	11937	345022	133962	17077	228	69017	22264
Курская область	243267,5	570,3	20809	14369	607109	215050	79306	496	145858	71546
Липецкая область	271125,4	543,4	22222	16523	879524	419669	64646	858	175735	101093
Московская область	359799,4	2982,7	32739	21980	5538512	1880900	78275	7407	1360002	587645
Орловская область	212867,4	392,1	18262	13066	349432	82125	42953	379	90421	43741
Рязанская область	243913,8	500,7	19828	13451	671471	230024	38812	553	141308	75531
Смоленская область	232202,8	488,7	19982	14359	635456	192035	20201	411	131051	55931
Тамбовская область	219948,4	504,1	19834	15028	622355	103970	72291	704	150033	98227
Тверская область	219160,7	578,2	19106	14357	1008414	264111	22716	505	177080	80536
Тульская область	227287,4	760,5	20903	14928	765072	406692	35927	503	209056	91046
Ярославская область	283656,6	634,2	21127	14543	1115615	271976	24931	487	167102	86348
г. Москва	965842,7	6652,3	54869	41089	26546945	5653126	8123	3146	4016987	1413094
Республика Карелия	276835,1	300,7	21494	15547	485437	118335	4889	219	86820	34204
Республика Коми	559984,3	445	29335	19338	1937731	447275	9029	144	146961	199157
Архангельская область	428050,6	599,3	26262	17560	1399524	483427	11316	327	184727	157276
Вологодская область	285522,7	576,3	20513	13153	1236470	408851	22038	576	134740	75421
Калининградская область	289235,4	476,5	20642	15001	582994	376445	20814	639	118059	68702
Ленинградская область	394189	750,7	20161	15017	2275653	673460	70619	1360	247987	253619
Мурманская область	396348,8	418,8	32912	22046	1432787	238640	3098	25	137537	70579
Новгородская область	285079,1	309,7	21392	15979	393450	144208	16587	323	85365	53063
Псковская область	173354,5	325,9	17804	13900	318266	76247	13744	185	84289	28953
г. Санкт-Петербург	491449,5	2565,3	31407	23815	4349428	2160129	0	2584	920721	475149
Республика Адыгея	161676,7	150,9	18512	14987	159192	32578	14815	107	67361	18622
Республика Калмыкия	145318,3	112,3	11311	6199	124357	6105	18882	111	15961	15283
Краснодарский край	301436,1	2330,8	25777	20295	3639608	670444	254710	3949	916570	955208
Астраханская область	263511,9	436,9	19777	15706	850132	162313	28236	595	150200	122618
Волгоградская область	235290,2	1253,2	17590	13958	1570668	595250	89922	810	301587	140680
Ростовская область	217297,9	1913,6	20995	17343	2003572	625208	161301	2134	682914	253623
Республика Дагестан	145351,7	995,2	21717	16986	985711	47894	76814	1536	451642	179065
Республика Ингушетия	100910,7	72,7	13821	4877	65741	6012	4640	251	16542	19155
Кабардино-Балкарская Республика	131866,1	307	15297	11194	217265	31634	32699	291	89855	22071
Карачаево-Черкесская Республика	133175	171,7	14664	8348	158477	45622	22430	113	34721	21554

**Продолжение Таблицы 1**

Республика Северная Осетия – Алания	159050,5	298,9	17788	13014	197435	24146	25877	210	84220	28808
Чеченская Республика	88462,4	342,4	17188	8775	404275	19148	14706	366	102959	44623
Старополюский край	171295,6	1235,4	19768	17421	1244057	250686	122775	1375	429431	130632
Республика Башкортостан	311655,9	1770,4	23892	19632	2105770	1205816	126450	2485	721818	266396
Республика Марий Эл	180416,2	308,9	14517	10509	314647	88842	30232	370	63780	46178
Республика Мордовия	183147,9	375,4	14433	8888	433918	116932	40289	305	63014	53714
Республика Татарстан	403941,9	1817,7	26161	21130	3342559	1549157	160157	2400	712967	525730
Удмуртская Республика	266799,4	752,2	18660	13317	870234	353781	47757	533	177486	82678
Чувашская Республика	180757,3	567,6	15264	11276	654078	150398	30862	837	119868	60122
Пермский край	339015,3	1280,1	26054	19415	2410614	1089172	37652	1004	453295	219494
Кировская область	170894,3	635,1	18012	13126	682835	167421	27395	487	149229	58655
Нижегородская область	281779,2	1685,6	24503	18212	2137855	1036580	55094	1530	539844	280884
Оренбургская область	352588,8	1070	18628	13842	1596988	675380	82123	791	240773	152877
Пензенская область	198482,9	661,9	17815	12950	719888	143256	47596	831	161842	82164
Самарская область	323983,9	1502,6	26865	19033	2342741	1083051	67739	1739	558547	269737
Саратовская область	211476,6	1189,2	16035	11994	1456217	352857	99773	1314	267193	125834
Ульяновская область	204827,5	600,2	18580	12993	616325	199979	28140	634	148304	76835
Курганская область	187361,2	377,9	17583	11901	617452	98783	36444	280	94898	33207
Свердловская область	367331,1	2033	31013	24736	3949207	1478214	58576	1755	953973	352916
Тюменская область	1422113,3	1975,4	36399	24117	16856805	4903822	61335	2753	747381	1566734

Челябинская область	252109,8	1667,1	21888	15898	2161005	1021216	79999	1788	506401	214964
Республика Алтай	156828	89,4	14752	8764	86493	4865	8808	90	17721	11853
Республика Бурятия	182653,8	417,6	20785	15058	521445	98137	14199	380	130418	41986
Республика Тыва	134193,8	102,8	13472	6090	64172	7739	5423	79	16830	13939
Республика Хакасия	269016,3	232,6	17876	12408	341282	123142	11264	203	60791	32116
Алтайский край	171556,2	1075	15979	12546	870401	247419	114743	665	282804	94586
Забайкальский край	210277,3	487	19886	13128	753560	93839	17897	295	126912	57461
Красноярский край	440993,8	1424,8	24922	18202	2335977	1060489	70171	1134	462065	376903
Иркутская область	329142,7	1135	19425	12674	2077218	636937	50106	973	266526	200063
Кемеровская область	244064,2	1303,2	19697	13892	1900837	910036	44360	1091	344842	217711
Новосибирская область	301955,7	1352,4	22597	18051	1481011	392346	66374	1723	433531	183998
Омская область	280274,8	945,5	21364	16223	909004	667319	76263	827	294570	105638

Продолжение Таблицы 1

Томская область	377203	495,7	20430	13285	987240	295002	23044	531	118013	102732
Республика Саха (Якутия)	595830,2	482,1	31528	19269	1336424	416635	20867	418	142855	193947
Камчатский край	410861,2	185,9	35371	19484	296821	64573	6101	83	42368	32708
Приморский край	296267,8	978,5	24343	17585	2612167	250455	28938	615	248819	123061
Хабаровский край	353241,1	730,2	29382	21216	1353020	208538	18274	325	210413	150078
Амурская область	259460,1	425,5	24671	16624	816040	99246	22260	364	118288	102003
Магаданская область	584729,7	86,9	42463	22345	230924	68950	1649	15	23215	37879
Сахалинская область	1369003,1	287,5	39971	27846	1440706	605316	8681	291	112666	175632
Еврейская автономная область	220875	77,1	20417	12989	162408	7484	3259	63	18595	14327
Чукотский автономный округ	927403,5	32,1	52695	16278	111463	46154	828	0,4	5483	12804

Для перехода к процедурам кластерного анализа необходимо привести исследуемую совокупность к однородности. Те регионы, для которых показатели сильно отличаются от остальных, следует исключить, приняв за аномальные наблюдения. Резко выделяются по своим значениям исследуемых социально-экономических факторов: Московская область, г. Москва, республика Ингушетия, республика Алтай, республика Тыва, Тюменская область, Сахалинская область, Чукотский автономный округ.

Для определения числа естественных кластеров применим процедуру прямой иерархической классификации, используя в качестве метрики евклидово расстояние. В результате данной процедуры были построены дендрограммы разбиения регионов РФ на кластеры, среди которых наилучшим оказалось разбиение на 3 кластера (рис. 1), полученное по методу Уорда.

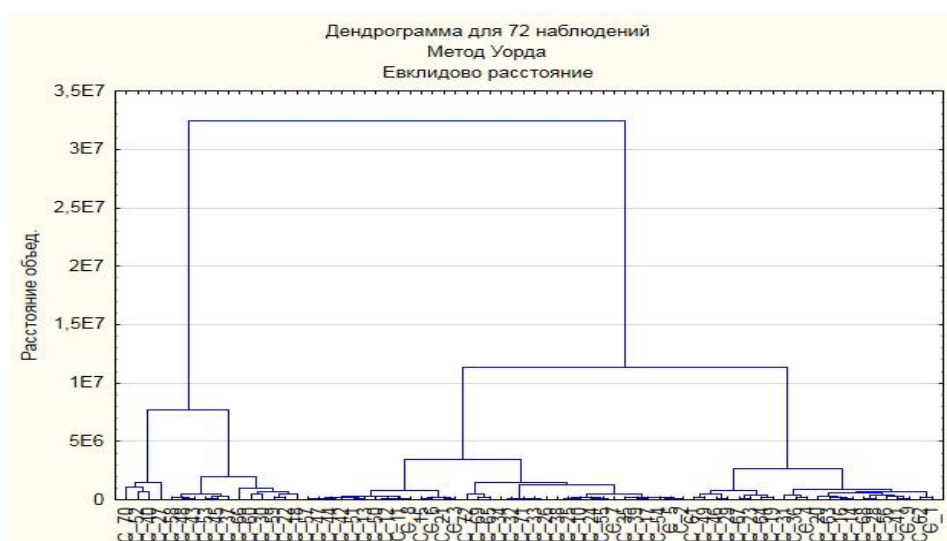


Рисунок 1 – Дендрограмма разбиения регионов по методу Уорда

Методом k-средних разбиваем исследуемую совокупность на 3 естественных кластера. Сведения о составе полученных кластеров отображены в таблице 2:

**Таблица 2 – Состав кластеров Российской Федерации**

<b>Регионы РФ, входящие в состав кластера 1 (с высоким уровнем экономического развития)</b>	<b>Регионы РФ, входящие в состав кластера 2 (со средним уровнем экономического развития)</b>	<b>Регионы РФ, входящие в состав кластера 3 (с низким уровнем экономического развития)</b>
Ленинградская область Краснодарский край Ростовская область Республика Башкортостан Республика Татарстан Пермский край Нижегородская область Самарская область Свердловская область Челябинская область Красноярский край Иркутская область Кемеровская область Приморский край г. Санкт-Петербург	Белгородская область Воронежская область Липецкая область Тверская область Ярославская область Республика Коми Архангельская область Вологодская область Мурманская область Волгоградская область Республика Дагестан Ставропольский край Удмуртская Республика Оренбургская область Саратовская область Алтайский край Новосибирская область Омская область Томская область Республика Саха (Якутия) Хабаровский край	Брянская область Владимирская область Ивановская область Калужская область Костромская область Курская область Орловская область Рязанская область Смоленская область Тамбовская область Тульская область Республика Карелия Калининградская область Новгородская область Псковская область Республика Адыгея Астраханская область Кабардино-Балкарская Республика Республика Карачаево-Черкесская Республика Северная Осетия – Алания Чеченская Республика Республика Марий Эл Республика Мордовия Чувашская Республика Кировская область Пензенская область Ульяновская область Курганская область Республика Бурятия Республика Хакасия Забайкальский край Камчатский край Амурская область Магаданская область Республика Калмыкия Еврейская автономная область

По таблице средних (таблица 3) определим, по каким критериям проходила классификация регионов Российской Федерации и группировка их в кластеры.

**Таблица 3 – Критерии классификации регионов по кластерам**

<b>Фактор</b>	<b>Кластер 1</b>	<b>Кластер 2</b>	<b>Кластер 3</b>
<b>Y</b>	332977	311251	221861,4
<b>X1</b>	1611	816	400,5
<b>X2</b>	24474	22426	19749,7
<b>X3</b>	18459	16130	13540,9
<b>X4</b>	2642948	1231653	480604,8
<b>X5</b>	1030024	375647	136821,0
<b>X6</b>	84391	61703	26370,3
<b>X7</b>	1769	782	375,4
<b>X8</b>	569153	241259	105238,3
<b>X9</b>	332364	131407	52899,5

Первый кластер состоит из 15 субъектов и превосходит остальные кластеры по всем исследуемым характеристикам. Так, среднее значение инвестиций в основной капитал в кластере 1 больше в 2,5 раза, чем в кластере 2, и в 6,3 раз, чем в кластере 3. Аналогично, весомая разница в средних значениях по сравнению с другими кластерами наблюдается по факторам: среднедушевые денежные доходы, объем промышленной продукции, ввод в действие общей площади жилых домов, оборот розничной торговли. В целом, можно считать, что субъекты, вошедшие в состав кластера 1, имеют высокий уровень экономического развития.

В состав второго кластера входит 21 регион, средние характеристики которых меньше, чем в кластере 1, но больше, чем в кластере 3. Таким образом, кластер 2 состоит из субъектов, имеющих средний уровень экономического развития, а 36 субъектов, составляющих кластер 3, характеризуются низким уровнем экономического развития.

Следующая ступень исследования – корреляционно-регрессионный анализ для каждого из полученных кластеров.

В таблицах 4-5 представлены матрица парных коэффициентов корреляций и частные коэффициенты корреляции результирующего признака Y на остальные переменные для 1-го кластера.

Исходя их матрицы парных коэффициентов корреляции, Y имеет наиболее тесную зависимость с X2, X4, X5 и не имеет с X6, X8.

**Таблица 4 - Матрица парных коэффициентов корреляции**

	<b>Y</b>	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>	<b>X4</b>	<b>X5</b>	<b>X6</b>	<b>X7</b>	<b>X8</b>	<b>X9</b>
<b>Y</b>	1,000000	-0,202359	0,393825	0,322511	0,389418	0,397076	-0,088257	-0,102832	-0,001655	0,199038
<b>X1</b>	-0,202359	1,000000	0,496821	0,642710	0,539889	0,434669	0,721546	0,816733	0,943891	0,673368
<b>X2</b>	0,393825	0,496821	1,000000	0,940584	0,756988	0,571362	0,093873	0,257437	0,661626	0,354110
<b>X3</b>	0,322511	0,642710	0,940584	1,000000	0,780449	0,604273	0,310409	0,444996	0,814047	0,438884
<b>X4</b>	0,389418	0,539889	0,756988	0,780449	1,000000	0,353651	0,415115	0,492697	0,683828	0,672364
<b>X5</b>	0,397076	0,434669	0,571362	0,604273	0,353651	1,000000	0,040581	0,211137	0,542539	0,152154
<b>X6</b>	-0,088257	0,721546	0,093873	0,310409	0,415115	0,040581	1,000000	0,941250	0,668366	0,836384
<b>X7</b>	-0,102832	0,816733	0,257437	0,444996	0,492697	0,211137	0,941250	1,000000	0,795057	0,845390
<b>X8</b>	-0,001655	0,943891	0,661626	0,814047	0,683828	0,542539	0,668366	0,795057	1,000000	0,655719
<b>X9</b>	0,199038	0,673368	0,354110	0,438884	0,672364	0,152154	0,836384	0,845390	0,655719	1,000000

**Таблица 5 - Частные коэффициенты корреляции результирующего признака Y на остальные переменные для 1-го кластера**

	<b>Y</b>
<b>X1</b>	-0,714072
<b>X2</b>	0,308424
<b>X3</b>	-0,219966
<b>X4</b>	-0,178945
<b>X5</b>	0,710787
<b>X6</b>	0,490389
<b>X7</b>	-0,586674
<b>X8</b>	0,434841
<b>X9</b>	0,515434

По результатам коэффициентов частных корреляций, Y имеет тесные связи с каждым из рассматриваемых показателей. Самые сильные зависимости прослеживаются с X1, X5, X7, X9, наименее значительные с X4, X2, X3.

После отбрасывания наименее коррелирующих с результирующим признаком характеристик уравнение множественной регрессии имеет вид:

$$Y = 357614 - 0,1 \cdot X1 - 157,8 \cdot X5 + 0,2 \cdot X9 .$$

В таблице 6 отразим результаты регрессионного анализа с указанием значимости коэффициентов регрессии.

**Таблица 6 - Результаты регрессионного анализа**

	<b>БЕТА</b>	<b>Стд.Ош. БЕТА</b>	<b>B</b>	<b>Стд.Ош. B</b>	<b>t(9)</b>	<b>p-уров.</b>
<b>Св.член</b>			357614,0	46833,58	7,63585	0,000018
<b>X1</b>	0,73717	0,207064	0,1	0,04	3,56008	0,005181
<b>X5</b>	-1,06350	0,276818	-157,8	41,08	-3,84187	0,003255
<b>X9</b>	0,80300	0,252236	0,2	0,08	3,18352	0,009761

В итоговом уравнении регрессии все коэффициенты признаются статистически значимыми, так как все расчетные значения критерия Стьюдента по модулю больше табличной величины при уровне значимости  $\alpha = 0,1$  .



В таблице 7 отображены данные, необходимые для определения значимости полученного уравнения регрессии.

Таблица 7 – Данные, необходимые для определения значимости полученного уравнения регрессии.

	Значение
Множест. R	0,817157065
Множест. R2	0,667745668
Скорр. R2	0,568069369
F(3,10)	6,69914184
P	0,00931605883
Стд. Ош. Оценки	0,657214296

Множественный коэффициент корреляции  $R=0,82$ . Это означает, что между  $Y$  и исследуемыми социально-экономическими показателями существует сильная взаимосвязь.

Множественный коэффициент детерминации  $R^2 = 0,67$ . Следовательно, 67% вариации уровня экономического развития в наиболее экономически развитых регионах РФ обусловлено вариацией включенных в уравнении множественной регрессии социально-экономических показателей. Уровень остаточной вариации, объясняемой воздействием случайных и неучтенных в модели факторов, составляет 33%.

При уровне значимости полученное уравнение регрессии можно признать статистически значимым, так как расчетное значение критерия Фишера больше критического значения данного критерия: .

Уравнение регрессии в безразмерном виде:

$$Y = 0,7372 \cdot X_1 - 1,0635 \cdot X_5 + 0,803 \cdot X_9 .$$

Таким образом, с целью поддержания и увеличения уровня экономического развития в субъектах РФ, имеющих высокий уровень экономического развития, следует уменьшать объем промышленной продукции и увеличивать среднегодовую численность занятых в экономике и инвестиции в основной капитал. Так как уровень остаточной вариации составил 33%, то данная модель, признанная статистически значимой, может использоваться для практических целей, но требует дополнительных исследований.

Матрица парных коэффициентов корреляций и частные коэффициенты корреляции  $Y$  на остальные переменные для 2-го кластера рассмотрены в таблицах 8-9.

По результатам матрицы парной корреляции, результирующий признак Y имеет достаточно тесные зависимости со всеми рассматриваемыми факторами. Наибольшее значение коэффициентов парной корреляции прослеживается с X1 и X2, наименьшее с X5 и X9.

**Таблица 8 - Матрица парных коэффициентов корреляций**

	Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
Y	1,000000	-0,615527	0,770456	0,508490	0,504402	0,327159	-0,517695	-0,558558	-0,591400	0,344046
X1	-0,615527	1,000000	-0,594382	-0,290013	0,077721	0,098360	0,693144	0,759346	0,858721	0,284147
X2	0,770456	-0,594382	1,000000	0,903973	0,371409	-0,091944	-0,521220	-0,471944	-0,346520	0,306182
X3	0,508490	-0,290013	0,903973	1,000000	0,352370	-0,182933	-0,311812	-0,213921	0,019092	0,402320
X4	0,504402	0,077721	0,371409	0,352370	1,000000	0,290518	-0,241640	-0,173558	-0,042564	0,491778
X5	0,327159	0,098360	-0,091944	-0,182933	0,290518	1,000000	0,145262	-0,052325	-0,164125	0,087415
X6	-0,517695	0,693144	-0,521220	-0,311812	-0,241640	0,145262	1,000000	0,765145	0,655227	0,210696
X7	-0,558558	0,759346	-0,471944	-0,213921	-0,173558	-0,052325	0,765145	1,000000	0,844090	0,348351
X8	-0,591400	0,858721	-0,346520	0,019092	-0,042564	-0,164125	0,655227	0,844090	1,000000	0,440492
X9	0,344046	0,284147	0,306182	0,402320	0,491778	0,087415	0,210696	0,348351	0,440492	1,000000

**Таблица 9 - Частные коэффициенты корреляции Y на остальные переменные для 2-го кластера**

	Y
X1	0,121492
X2	0,613380
X3	-0,405405
X4	0,062130
X5	0,591914
X6	-0,145167
X7	0,063649
X8	-0,354159
X9	0,642749

Согласно коэффициентам частных корреляций, Y тесно связан каждым из показателей, кроме X4 и X7 (результаты ложной корреляции) имея самые сильные зависимости с X9, X2, X5 и наименее значительные с X1 и X6.

После отбрасывания наименее коррелирующих с результирующим признаком характеристик уравнение множественной регрессии имеет вид:

$$Y = 9606,544 + 10,819X2 + 0,173 \cdot X5 - 0,666 \cdot X8 + 1,177 \cdot X9$$

В таблице 10 отразим результаты регрессионного анализа с указанием значимости коэффициентов регрессии.

**Таблица 10 – Результаты регрессионного анализа**

	БЕТА	Стд.Ош. БЕТА	В	Стд.Ош. В	t(9)	p-уров.
Св.член			9605,544	61377,14	0,15650	0,877596
X2	0,447305	0,089997	10,819	2,18	4,97023	0,000139
X5	0,231070	0,072960	0,173	0,05	3,16707	0,005977
X8	-0,596549	0,097209	-0,666	0,11	-6,13675	0,000014
X9	0,449665	0,094358	1,177	0,25	4,76550	0,000211

В итоговом уравнении регрессии все коэффициенты признаются статистически значимыми, так как все расчетные значения критерия Стьюдента по модулю больше табличной величины при уровне значимости  $\alpha = 0,1$ .

В таблице 11 отображены данные, необходимые для определения значимости полученного уравнения регрессии.

**Таблица 11** - Данные, необходимые для определения значимости полученного уравнения регрессии.

	<b>Значение</b>
<b>Множест. R</b>	0,963187588
<b>Множест. R2</b>	0,927730329
<b>Скоп. R2</b>	0,909662911
<b>F(4,16)</b>	51,3482525
<b>P</b>	0,00000000626694385
<b>Стд. Ош. Оценки</b>	35204,2189

Множественный коэффициент корреляции  $R=0,96$ , что говорит о наличие очень тесной взаимосвязи между  $Y$  и исследуемыми социально-экономическими показателями.

Множественный коэффициент детерминации  $R^2 = 0,93$ . То есть, 93% вариации уровня экономического развития в регионах РФ со средним уровнем экономического развития обусловлено вариацией включенных в уравнении множественной регрессии факторов. Уровень остаточной вариации, объясняемой воздействием случайных и неучтенных в модели факторов, составляет 7%.

При уровне значимости полученное уравнение регрессии можно признать статистически значимым, так как расчетное значение критерия Фишера больше критического значения данного критерия: .

Уравнение регрессии в безразмерном виде:

$$Y = 0,4473 \cdot X_2 + 0,2311 \cdot X_5 - 0,5965 \cdot X_8 + 0,4497 \cdot X_9 .$$

Согласно полученной регрессионной модели для субъектов РФ со средним уровнем экономического развития, рост экономического развития следует поддерживать за счет увеличения помесячных среднедушевых денежных доходов, объема промышленной продукции, инвестиций в основной капитал и уменьшения оборота розничной торговли. Полученное уравнение регрессии можно использовать в практических целях при решении проблемы экономического роста данных регионов.

В таблицах 12-13 рассмотрены и частные коэффициенты корреляции Y на остальные переменные для 3-го кластера, в состав которого вошли субъекты РФ с низким уровнем экономического развития.

Исходя из результатов матрицы парной корреляции, переменная Y тесно связана со всеми факторами, кроме X4, и в большей степени коррелирует с X2, X3, в меньшей с X7, X8, X9.

**Таблица 12 - Матрица парных коэффициентов корреляций**

	<b>Y</b>	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>	<b>X4</b>	<b>X5</b>	<b>X6</b>	<b>X7</b>	<b>X8</b>	<b>X9</b>
<b>Y</b>	1,000000	-0,201493	0,907142	0,807945	0,045815	0,211211	-0,244007	-0,144533	-0,175362	0,168267
<b>X1</b>	-0,201493	1,000000	-0,183891	0,045029	0,824899	0,677353	0,557298	0,823484	0,944687	0,698766
<b>X2</b>	0,907142	-0,183891	1,000000	0,883228	0,027881	0,084157	-0,286284	-0,216220	-0,105181	0,117896
<b>X3</b>	0,807945	0,045029	0,883228	1,000000	0,233234	0,256733	-0,155750	0,000792	0,178229	0,308686
<b>X4</b>	0,045815	0,824899	0,027881	0,233234	1,000000	0,617235	0,394815	0,752024	0,835596	0,857075
<b>X5</b>	0,211211	0,677353	0,084157	0,256733	0,617235	1,000000	0,245424	0,608194	0,657002	0,629842
<b>X6</b>	-0,244007	0,557298	-0,286284	-0,155750	0,394815	0,245424	1,000000	0,608732	0,525236	0,498149
<b>X7</b>	-0,144533	0,823484	-0,216220	0,000792	0,752024	0,608194	0,608732	1,000000	0,793853	0,780513
<b>X8</b>	-0,175362	0,944687	-0,105181	0,178229	0,835596	0,657002	0,525236	0,793853	1,000000	0,754222
<b>X9</b>	0,168267	0,698766	0,117896	0,308686	0,857075	0,629842	0,498149	0,780513	0,754222	1,000000

**Таблица 13 - Частные коэффициенты корреляции Y на остальные переменные для 3-го кластера**

	<b>Y</b>
<b>X1</b>	0,159391
<b>X2</b>	0,643921
<b>X3</b>	0,404826
<b>X4</b>	0,249175
<b>X5</b>	0,595877
<b>X6</b>	0,227323
<b>X7</b>	0,160476
<b>X8</b>	-0,647521
<b>X9</b>	0,102752

Согласно таблице 13, результирующая переменная Y тесно связана с каждым из рассматриваемых показателей. Наибольшее значение частного коэффициента корреляции прослеживается с X2, X8 (скрытая корреляция), X5, X4 и наименьшее с X1 и X9.

После отбрасывания наименее коррелирующих с результирующим признаком характеристик уравнение множественной регрессии имеет вид:

$$Y = -44635,1 + 9,8 \cdot X2 + 7,3 \cdot X3 + 0,1 \cdot X4 + 0,2 \cdot X5 + 75 \cdot X7 - 1,2 \cdot X8$$

В таблице 14 отразим результаты регрессионного анализа с указанием значимости коэффициентов регрессии.

**Таблица 14** - Результаты регрессионного анализа

	<b>БЕТА</b>	<b>Стд.Ош. БЕТА</b>	<b>В</b>	<b>Стд.Ош. В</b>	<b>t(9)</b>	<b>p-уров.</b>
<b>Св.член</b>			-44635,1	21525,99	-2,07354	0,047109
<b>X2</b>	0,624301	0,129121	9,8	2,03	4,83502	0,000040
<b>X3</b>	0,252669	0,128704	7,3	3,71	1,96317	0,059281
<b>X4</b>	0,206273	0,096536	0,1	0,04	2,13675	0,041182
<b>X5</b>	0,290440	0,068242	0,2	0,05	4,25603	0,000199
<b>X7</b>	0,188297	0,089235	75,0	35,54	2,11012	0,043594
<b>X8</b>	-0,667391	0,112952	-1,2	0,20	-5,90861	0,000002

В итоговом уравнении регрессии все коэффициенты признаются статистически значимыми, так как все расчетные значения критерия Стьюдента по модулю больше табличной величины при уровне значимости  $\alpha = 0,1$ .

В таблице 15 отображены данные, необходимые для определения значимости полученного уравнения регрессии.

**Таблица 15** – Данные, необходимые для определения значимости полученного уравнения регрессии

	<b>Значение</b>
<b>Множест. R</b>	0,964928355
<b>Множест. R2</b>	0,931086731
<b>Скорр. R2</b>	0,916828813
<b>F(6,29)</b>	65,3031354
<b>P</b>	1,60067554E-15
<b>Стд. Ош. Оценки</b>	24764,5732

Так как множественный коэффициент корреляции  $R=0,96$ , то между  $Y$  и рассматриваемыми характеристиками существует сильная взаимосвязь.

Множественный коэффициент детерминации  $R^2 = 0,93$ . Следовательно, в регионах РФ с низким уровнем экономического развития 93% вариации уровня экономического развития обусловлено вариацией включенных в уравнении множественной регрессии социально-экономических показателей. Уровень остаточной вариации, объясняемой воздействием случайных и неучтенных в модели факторов, составляет 7%.

При уровне значимости полученное уравнение регрессии можно признать статистически значимым, так как расчетное значение критерия Фишера больше критического значения данного критерия: .

Безразмерное уравнение регрессии:

$$Y = 0,6243 \cdot X2 + 0,2527 \cdot X3 + 0,2063 \cdot X4 + 0,2904 \cdot X5 + 0,1883 \cdot X7 - 0,6674 \cdot X8$$

В субъектах с низким уровнем экономического развития решение проблемы экономического роста следует искать за счет увеличения месячных среднедушевых денежных доходов, месячных среднедушевых денежных расходов, стоимости основных фондов в экономике, объема промышленной продукции, ввода в действие общей площади жилых домов и уменьшения оборота розничной торговли. Полученная регрессионная модель является статистически значимой и может быть использована на практике.

Итак, в региональном разрезе уровня экономического развития Российской Федерации прослеживается явная дифференциация. В ходе данного исследования субъекты РФ были разделены на три группы: регионы с высокими, средним и низким уровнями экономического развития. С целью прогнозирования и решения проблемы экономического роста были составлены регрессионные модели зависимости ВРП от исследуемых характеристик экономического развития для каждой из групп. Так как составленные группы различаются по средним значениям характеристик, то полученные уравнения целиком индивидуальны для каждого кластера. Они имеют только одну общую переменную  $X_5$  – объем промышленной продукции. Каждая из моделей признана статистически значимой, что говорит о возможности их применения для решения проблем экономического роста регионов РФ:

- с высоким уровнем экономического развития –

$$Y = 0,7372 \cdot X_1 - 1,0635 \cdot X_5 + 0,803 \cdot X_9 ;$$

- со средним уровнем экономического развития –

- $Y = 0,4473 \cdot X_2 + 0,2311 \cdot X_5 - 0,5965 \cdot X_8 + 0,4497 \cdot X_9 ;$

- с низким уровнем экономического развития –

$$Y = 0,6243 \cdot X_2 + 0,2527 \cdot X_3 + 0,2063 \cdot X_4 + 0,2904 \cdot X_5 + 0,1883 \cdot X_7 - 0,6674 \cdot X_8$$

### Библиографический список

1. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.gks.ru/>– Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 10.08.2016).
2. Иванова И.А., Корреляционно-регрессионный анализ факторов экономического развития регионов Российской Федерации [Электронный ресурс] / И. А. Иванова // Актуальные проблемы современных наук - 2012.— Режим доступа: <http://www.rusnauka.com/>. – (Дата обращения: 20.07.2016).

